

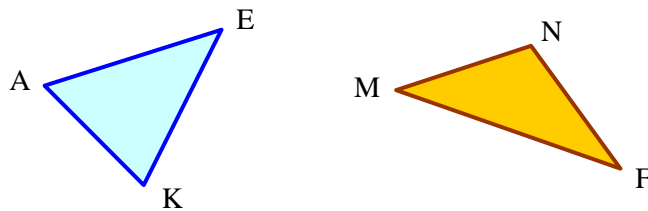
რა არის რიცხვი

ერთობლიობა და მისი ჩაწერა

წარმოვიდგინოთ სხვადასხვა ნივთების, რიცხვების, ასოებისა თუ სხვა რაიმე საგნების ჯგუფი ანუ **ერთობლიობა**. ერთობლიობა ჩაიწერება ფიგურული ფრჩხილებით { }.

მაგალითად, ქართული ანბანის პირველი ექვსი ასოს ერთობლიობა ჩაიწერება ასე: {ა, ბ, გ, დ, ე, ვ}; ყველა ერთნიშნა ლუწი რიცხვის ერთობლიობა კი – ასე: {2, 4, 6, 8}.

ნახ.1-ზე მოცემული სამკუთხედების ერთობლიობა ასე ჩაიწერება: {AEK, MNF}, ხოლო ამავე სამკუთხედების გვერდების ერთობლიობა კი ასე ჩაიწერება: {AE, EK, AK, MN, NF, MF}.



ნახ. 1

კარგად უნდა გვახსოვდეს, რომ, განსხვავებით რიგისგან, **ერთობლიობის ჩაწერისას სულერთია, თუ როგორი თანმიმდევრობით ჩავწერთ ამ ერთობლიობის წევრებს**.

მაგალითად, ერთნიშნა ლუწი რიცხვების ერთობლიობა შეიძლება ჩაიწეროს ასეც: {2, 4, 6, 8}, ან ასე: {8, 4, 2, 6} და ასე შემდეგ. ისინი ყველა ერთიდაიგივე ერთობლიობაა.

მთავარია, რომელი წევრები ეკუთვნის ერთობლიობას, ხოლო მათი თანმიმდევრობა – სულერთია.

ერთობლიობა შეიძლება იყოს ყოველნაირი: რიცხვებისა, ასოებისა, წერტილებისა, ქალაქებისა, მართკუთხედებისა, ხილისა, ბავშვებისა, ხეებისა, სათამაშოებისა და სხვა. მაგალითად, ზოგიერთი ხილის ერთობლიობაა: {ვაშლი, მსხალი, კომში, ბალი, ქლიავი}, ხოლო ზოგიერთ საკრავთა ერთობლიობაა: {ფანდური, დოლი, სტვირი, ვიტარა}.

ერთწევრიანი ერთობლიობა: {თბილისი} – საქართველოს დედაქალაქების ერთობლიობაა, ხოლო {19, 0, 105, 4, 600} – ზოგიერთი მთელი რიცხვისა. როგორც ვხედავთ, შეიძლება განვიხილოთ და ჩავწეროთ ისეთი **ერთობლიობებიც, რომელთა წევრებიც კანონზომიერებით არაა გაერთიანებული**. ერთობლიობა რიგს კი არ

ჰგავს, არამედ – გროვას.

განსხვავებით რიგისგან, **ერთობლიობაში არ შეიძლება იყოს ორი ერთიდაიგივე წევრი!** მაგალითად, {3, 8, 6, 3, 2} მცდარად ჩაწერილი ერთობლიობაა; უნდა ყოფილიყო ასე: {3, 8, 6, 2}. მართლაც, რაკი ვიცით, რომ 3 არის ამ ერთობლიობის წევრი, მისი ორჯერ მითითება უაზროა! ისევე როგორც: თუკი ლუკა აბსანძე III კლასის მოსწავლეთა სიაში ირიცხება, მაშინ სიაში მისი სახელისა და გვარის გამეორება უაზრო იქნება.

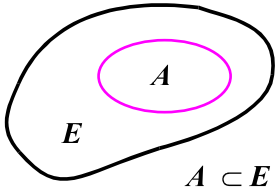
ყოველი გეომეტრიული ნაკვთი არის სიბრტყის გარკვეულ წერტილთა ერთობლიობა; ხოლო სხეული – სივრცის გარკვეულ წერტილთა ერთობლიობა. გეომეტრიული წერტილის სიგრძე-სიგანე ნულის ტოლია (განსხვავებით ფურცელზე დასმული წერტილისგან, რომელიც ნამდვილი გეომეტრიული წერტილი კი არაა, არამედ მისი ნახაზია). ამიტომ თვით წერტილის გარდა ყველა სხვა ნაკვთში უსასრულოდ მრავალი, უთვალავი წერტილია.

მათემატიკაში ერთობლიობას ეწოდება „სიმრავლე“ (თუმცა მასში შეიძლება მხოლოდ ერთი-ორი წევრი იყოს). **ერთობლიობა** ანუ **სიმრავლე** – მათემატიკის მთავარი და პირველადი ცნებაა.

ერთობლიობის ქვესიმრავლე; ტოლქალთვანი ერთობლიობანი;

მისი დიაგრამა

როცა ერთი E ერთობლიობა მოიცავს მეორე A ერთობლიობას, მაშინ A ერთობლიობას ეწოდება E ერთობლიობის **ქვესიმრავლე**. ამგვარად, A ერთობლიობა E ერთობლიობის ქვესიმრავლეა, თუკი A შედის E -ში; ანუ თუკი A -ს ყოველი წევრი E -ს წევრიცაა.



მაგალითად: ქართველთა ერთობლიობა შედის ყველა ადამიანის ერთობლიობაში, ანუ ქართველთა ერთობლიობა ქვესიმრავლეა კაცობრიობისა;

მართკუთხედების ერთობლიობა ქვესიმრავლეა

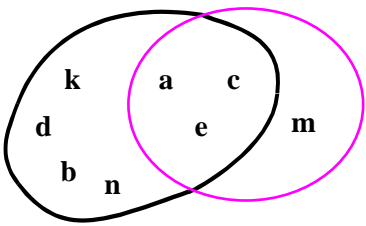
ოთხკუთხედების ერთობლიობისა; მერცხლების ყოველგვარი ერთობლიობა ქვესიმრავლეა ყველა ფრინველთა ერთობლიობისა და ასე შემდეგ.

მაგრამ ერთობლიობა $\{a, c, e, m\}$

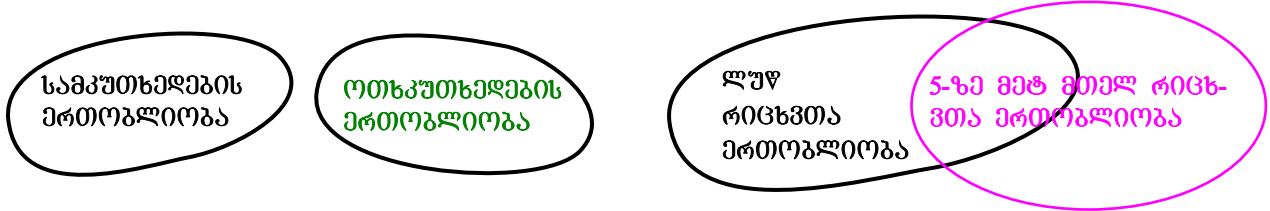
არ არის $\{a, b, c, e, d, k, n\}$ ერთობლიობის

ქვესიმრავლე, რადგან პირველის ყოველი

წევრი (მაგალითად m) არაა მეორის წევრი.



ასევე, სამკუთხედების ერთობლიობა არაა ოთხკუთხედების ერთობლიობის ქვესიმრავლე, ლუწ რიცხვთა ერთობლიობა არაა 5-ზე მეტ რიცხვთა ერთობლიობის ქვესიმრავლე და ასე შემდეგ:



ამგვარ სქემებს ეწოდება **ვენის დიაგრამა**. ის თვალსაჩინოდ გვიჩვენებს ერთობლიობათა შორის მიმართებს – რომელი რომელს მოიცავს და სხვა. არეს ფორმას მნიშვნელობა არა აქვს – შეიძლებოდა დაგვეხაზა წრიული, მართკუთხა ან სამკუთხა არეები, სულერთია.

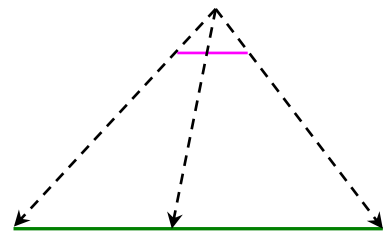
მათემატიკაში ერთობლიობას მეორენაირად **სიმრავლე** ეწოდება. სწორედ ამ სახელწოდებისგანაა წარმოქმნილი სიტყვა „**ქვე-სიმრავლე**“.

ქვესიმრავლის ერთერთი მაგალითია თვითონ მოცემული სიმრავლე:

ყოველი სიმრავლე თავისთავის ქვესიმრავლეა.

ორი ერთობლიობის ტოლძალოვნება იმას ნიშნავს, რომ მათში ტოლი რაოდენობის წევრებია. მაგრამ ეს როგორ გავარკვიოთ? თუკი ერთობლიობაში ცოტა წევრია, მათ გადავთვლით. მაგრამ თუკი ძალიან მრავალი, სულაც უთვალავი წევრია? ორ ერთობლიობას ეწოდება **ტოლძალოვანი**, თუკი შესაძლებელია მათი წევრების ერთი-ერთზე შესაბამება (ანუ დაწყვილება) ზუსტად – ანუ ისე, რომ არცერთი წევრი არ მორჩეს.

მათემატიკაში საოცარი რამეები ხდება. თუკი ერთობლიობა უსასრულოა, იგი ზოგი თავისი ქვესიმრავლის ტოლძალოვანია. მაგ., ყოველი ორი მონაკვეთი, გრძელი და მოკლე, ტოლძალოვანია, რადგან შესაძლებელია მათი წერტილების ზუსტად დაწყვილება. ამას თვალსაჩინოდ გვიჩვენებს ნახაზი:



ესე იგი გრძელ მონაკვეთზე „იმდენივე“ წერტილია, რამდენიც – მოკლეზე!

ქვესიმრავლესთან დაკავშირებული ტიპური შეცდომა

მაგალითად, მერცხალი არის ჩიტების ერთობლიობის წევრი; არყისხე არის წევრი ხეების სიმრავლისა. მაგრამ მერცხლის კუდი არ არის ჩიტების ერთობლიობის წევრი; არყისხის ტოტი არ არის ხეების ერთობლიობის წევრი. ასევე, მერცხლების კუდების ერთობლიობა არ არის ჩიტების ერთობლიობის

ქვესიმრავლე; ხეების ტოტების ერთობლიობა არ არის ხეების ერთობლიობის ქვესიმრავლე! ამ ერთობლიობებს არცერთი საერთო წევრი არა აქვს, რადგან არცერთი ხე არ არის ტოტი:

ტოტების ერთობლიობა

ხეების ერთობლიობა

რიცხვის ცნება – რაოდენობის რაობა

წარმოვიდგინოთ, რომ ვცხოვრობთ ქვის ხანაში და ჯერ არ ვიცით რიცხვები. ჩვენ გვხვდება მრავალი სხვადასხვა კონკრეტული წყვილი: ხელების წყვილი, ფეხების წყვილი, თვლების წყვილი, ყურების წყვილი, ადამიანების წყვილი, ხილის ნაყოფთა წყვილი, ჩიტების წყვილი და სხვა მრავალი. ყველა ამ წყვილს რაღაც საერთო თვისება აქვს. ეს საერთო თვისებაა მხოლოდ ერთი – რაოდენობა. სულ სხვაა ადამიანთა წყვილი და სულ სხვაა ბლის წყვილი. მაგრამ მათ საერთო აქვს – რაოდენობა ორი.

რიცხვი ორი – ესაა ის საერთო, რაც აქვს ყველა შესაძლო წყვილს. ასევე, **რიცხვი ოთხი – ესაა ის საერთო, რაც აქვს ყოველგვარ საგანთა ყველა შესაძლო ოთხეულს** (ამასთან, ეს ოთხეული შეიძლება იყოს გაფანტული ან შემჭიდროებული, მრგვალად ან მწკრივად განლაგებული და სხვა). ასევე **რიცხვი ცხრა – ესაა ის საერთო, რაც აქვს ყოველგვარ საგანთა ყველა შესაძლო ცხრაეულს.** და ასე შემდეგ.

საზოგადოდ, ყოველი ნატურალური რიცხვი – ესაა ის საერთო, რაც აქვს ყოველგვარ საგანთა ყველა შესაძლო **ტოლძალოვან** ერთობლიობას, ოღონდ სასრულს. ეს ერთობლიობა (ანუ სიმრავლე) შეიძლება იყოს წყვილი, ოთხეული, ცხრაეული, ოცეული, ასეული, მილიონ სამას ოცდაექვსეული და ასე შემდეგ.

ხოლო მათემატიკური საზრისი გამოთქმისა „ის საერთო თვისება“ – ესაა ტოლძალოვან სიმრავლეთაგან შედგენილი სიმრავლე. მაშასადამე, **ნატურალური რიცხვი** – ესაა ტოლძალოვან სასრულ ერთობლიობათა სიმრავლე.

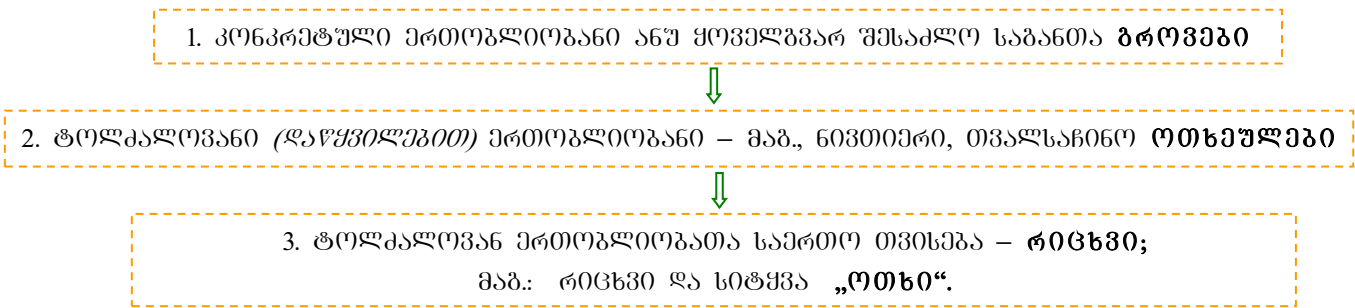
ამასთან, ორი სხვადასხვა ერთობლიობის ტოლძალოვნების გარკვევას არ სჭირდება რიცხვების ცოდნა: საკმარისია, ამ ერთობლიობათა წევრები **დავაწყვილოთ** (მათემატიკურად – დავამყაროთ ურთიერთცალსახა ასახვა). თუკი დაწყვილების შედეგად არცერთი წევრი არ მოგვრჩება, მაშინ რაოდენობანი ტოლი ყოფილა. თუკი ერთერთი ერთობლიობიდან მოგვრჩება წევრები, მაშინ ამ ერთობლიობის წევრთა რაოდენობა ყოფილა მეტი (ეს უკანასკნელი წინადადება მართებულია მხოლოდ სასრულ ერთობლიობათა შემთხვევაში, მაგრამ ყოველი

ნატურალური რიცხვი ხომ სასრულია!)

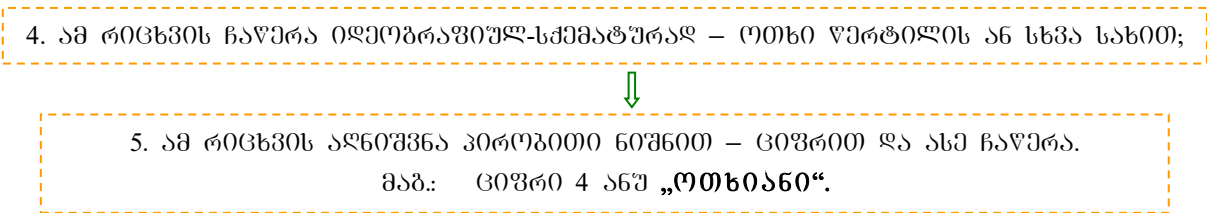
ოთხეული უფრო კონკრეტული, ნივთიერი და თვალსაჩინოა, ხოლო ოთხი – უფრო განყენებულია, უფრო აბსტრაქტულია. ოთხეული ყოველთვის რაღაცის ოთხეულია, ხოლო ოთხი არსებობს თავისთავადაც, საგნებისაგან განყენებით. სხვათა შორის, ასევეა წილადების შემთხვევაშიც: მესამედი – რაღაცის მესამედი ნაწილია, ხოლო 1/3 – აბსტრაქტულად რიცხვია და არსებობს თავისთავადაც, საგნებისაგან განყენებით.

ასევე არსებითი სახელია **ოთხიანი** – შესაბამისი ციფრის სახელწოდება. იგიც კონკრეტულია, რადგან იწერება და მას უშუალოდ ვხედავთ.

მაშასადამე, ისტორიული და ფსიქოლოგიური თვალსაზრისებით, რიცხვის ცნების განვითარების სქემა ამგვარია:



ამგვარად, პირველადია კონკრეტული ოთხეულები, ხოლო რიცხვი „ოთხი“ – ყველა შესაძლო ამგვარი ოთხეულის გამაერთიანებელი ანუ განმაზოგადებელი ცნებაა. შემდგომში კი ხდება ამ ცნების ჩაწერა:



(ერთმანეთში არ უნდა აირიოს **რიცხვი** და **ციფრი**. ამ ტერმინებს ხშირად მცდარად ხმარობენ!).

გრამატიკულად **შვიდეული**, **ოთხეული** და სხვა – არსებითი სახელებია, პასუხობს შეკითხვას „რა?“. ხოლო **ოთხი** – ესაა რაოდენობა, რიცხვი, რომელიც პასუხობს შეკითხვას „რამდენი?“. **ოთხი** – რიცხვითი სახელია (ისევე როგორც **მეოთხე**). ასევე, გრამატიკულად „შვიდიანი“, „ოთხიანი“ და სხვა – არსებითი სახელებია, პასუხობს შეკითხვას „რა?“. მაგრამ „**ოთხიანი**“ არსებითად განსხვავდება მასსავით არსებითი სახელისაგან „**ოთხეული**“. საქმე ისაა, რომ

„ოთხიანი“ – ესაა ციფრი 4, ანუ ჩანაწერია, ნიშანია (კერძოდ, სასკოლო შეფასებაცაა!), ხოლო „ოთხეული“ – რაიმე საგანთა ოთხეულია!

ჯერ გაცნობიერდა „ოთხეული“, შემდეგ – „ოთხი“, ბოლოს – „ოთხიანი“. მრავალი საუკუნის განმავლობაში ადამიანები ითვლიდნენ, ანგარიშობდნენ, სიგრძეს, ღროს, წონასა და ფართობსაც კი ზომავდნენ ისე, რომ არ წერდნენ ციფრებს. რაოდენობას თავდაპირველად აღნიშნავდნენ არა ციფრით, არამედ შესაბამისი გროვებით, მაგალითად:

ერთი	ორი	სამი	ოთხი	ხუთი	ექვსი	შვიდი	...	ათი	თერთმეტი	...
.	×	×.	×..		××	°	××. °.

ადვილად რიცხვის ცნების ერთი კერძო, თუმცა ფრიად მნიშვნელოვანი მხარე გავიზრდით, რატომაა, რომ, მაგ., ხუთი მეტია, ვიდრე სამი. ჩვეულებრივ, ჰგონიათ, რომ ხუთი იმიტომაც სამზე მეტი, რომ ნატურალურ რიცხვთა რიგში სამი უსწრებს ხუთს. ეს არსებითად მცდარი აზრია. იგი გულუბრყვილოდ გულისხმობს იმას, რომ თითქოს რიცხვთა რიგი იმთავითვე გამზადებულად იყო მოცემული ადამიანის გონებაში. დავფიქრდეთ: თვით რიცხვთა რიგში რიცხვების დალაგება საიდანღა წარმოიშვა?

სინამდვილეში ვითარება პირიქითაა. სამი იმიტომ უსწრებს რიცხვთა რიგში ხუთს, რომ სამი ნაკლებია ხუთზე. ხოლო სამი კი იმიტომაც ხუთზე ნაკლები, რომ სამეულისა და ხუთეულის დაწყვილების შედეგად ხუთეულს მორჩება ორი წევრი. მაშასადამე: **ხუთი იმიტომ კი არაა სამზე მეტი, რომ რიცხვთა რიგში მის შემდეგაა, არამედ პირიქით: ხუთი იმიტომაც რიცხვთა რიგში სამის შემდეგ, რომ მასზე მეტია. მეტობა კი შესაბამის ერთობლიობათა დაწყვილების შედეგად ირკვევა.**

ს მ ო ც ა ნ ე ბ ი

1. დათვალეთ ვენის დიაგრამები ამ სტატიაში. რამდენია? სათითაოდ ჩამოთვალეთ!

- ა) 8;
- ბ) 7;
- გ) 6;
- დ) 5;
- ე) 4;
- ვ) 3;
- ზ) 2;
- თ) 1.

2. აქ ჩამოწერილ ხილთა ერთობლიობებიდან მოძებნეთ ის ერთი, რომელიც მცდარადაა ჩაწერილი:

- ა) $A = \{ \text{ვაშლი, ბალი, ატამი, ლეღვი} \}$ ე) $E = \{ \text{მსხალი, კომში, ატამი, კომში} \}$
ბ) $B = \{ \text{ბალი, ატამი, ლეღვი, ვაშლი} \}$ ვ) $D = \{ \text{ბალი, ატამი, ვაშლი, ლეღვი} \}$
გ) $G = \{ \text{ვაშლი, ლეღვი, ატამი, ბალი} \}$ ზ) $T = \{ \text{ატამი, ვაშლი, კომში, ლეღვი} \}$
დ) $V = \{ \text{ლეღვი, ვაშლი, ატამი, ბალი} \}$ თ) $Z = \{ \text{ვაშლი, ატამი, ლეღვი, ბალი} \}$

3. იმავე ხილთა ერთობლიობებიდან გამორიცხეთ ის ერთი, რომელიც მცდარად იყო ჩაწერილი. შემდეგ მოისაზრეთ, დარჩენილ ერთობლიობათა შორის რომელია დანარჩენთაგან გამორჩეული – დანარჩენების არაიგივეური.

4. გაარკვიეთ, იმავე ხილთა ერთობლიობათა შორის სულ რამდენი სხვადასხვა ერთობლიობაა (მცდარად ჩაწერილის გასწორების შემდეგ).

- ა) 8; ბ) 7; გ) 6; დ) 5; ე) 4; ვ) 3; ზ) 2; თ) 1.

5. ვენის დიაგრამის საშუალებით გაარკვიეთ, რომელი წინადადებაა მართებული:

- I. სამკუთხედების სიმრავლე არაა მრავალკუთხედების სიმრავლის ქვესიმრავლე;
- II. ყველა ტრაპეციათა სიმრავლე სიმეტრიული ნაკვეთების სიმრავლის ქვესიმრავლეა;
- III. მტაცებელ ცხოველთა ერთობლიობა მელიების ერთობლიობის ქვესიმრავლეა;
- IV. კვადრატების სიმრავლე მართკუთხედების სიმრავლის ქვესიმრავლეა;
- V. გემების ერთობლიობა ყველა ტრანსპორტის ერთობლიობის ქვესიმრავლეა;
- VI. გემების ანძების ერთობლიობა ყველა გემის ერთობლიობის ქვესიმრავლეა;
- VII. იმ საგნების ერთობლიობა, რომელთა გაკვეთილებიც ტარდება სკოლებში, მეცნიერების დარგების ერთობლიობის ქვესიმრავლეა.

- ა) IV, V; ბ) IV, V, VI; გ) IV, V, VI, VII; დ) I, IV, V, VI, VII;
ე) V, VI; ვ) V, VI, VII; ზ) I, II, IV, V; თ) I, II, IV, V, VI.

6. გაარკვიეთ, შემდეგთაგან რომლები შეესაბამება მოცემულ {2, 3, 5, 7} ერთობლიობას:

- ა) 10-ზე ნაკლებ რიცხვთა ერთობლიობა;
- ბ) 10-ზე ნაკლებ კენტ რიცხვთა ერთობლიობა;
- გ) ზოგიერთ ციფრთა ერთობლიობა;
- დ) 10-ზე ნაკლებ ყველა მარტივ რიცხვთა ერთობლიობა;
- ე) 8-ზე ნაკლებ ზოგიერთ რიცხვთა ერთობლიობა;
- ვ) ყველა ციფრთა ერთობლიობა.

7. შემდეგთაგან რომელი ერთობლიობაა ადამიანის ორივე ხელზე თითების ერთობლიობის ტოლძალოვანი?

- ა) მრავალნიშნა რიცხვებში თანრიგებისა;
- ბ) ორნიშნა რიცხვში ათეულთა რაოდენობისა;
- გ) მართკუთხედის ყველა გვერდისა და წვეროსი;
- დ) რომაული ციფრ-ნიშნებისა;
- ე) ჩვეულებრივი არაბული ციფრებისა.

8. ზოგ ენაში არცერთი რიცხვითი სახელი არ მოიცავს „და“ კავშირს, ზოგში – ზოგიერთი მოიცავს. აღმოვაჩინოთ კანონზომიერება ქართულ რიცხვითი სახელებში – რომლები მოიცავს:

- ა) ორნიშნა და სამნიშნა რიცხვები (გარდა ზუსტი ოცეულებისა და ზუსტი ასეულებისა);
- ბ) რიცხვები 20-დან 100-მდე, გარდა ზუსტი ოცეულებისა;
- გ) ორნიშნა რიცხვები (ცალკეც და სხვა რიცხვის შემადგენლობაშიც);
- დ) რიცხვები 20-დან 100-მდე, გარდა ზუსტი ოცეულებისა (სხვა რიცხვის შემადგენლობაშიც);
- ე) მრავალნიშნა რიცხვები (გარდა ზუსტი ოცეულებისა და ზუსტი ასეულებისა).

ავტორი

ზურაბ ვახანია, განათლების მეცნიერებათა აკადემიკოსი, პედაგოგიკის მეცნიერებათა დოქტორი, ფსიქოლოგიის პროფესორი; საქართველოს ფსიქოლოგთა საზოგადოების თავმჯდომარის მოადგილე; 40-ზე მეტი სახელმძღვანელოსა და სამეცნიერო მონოგრაფიის ავტორი; „საუკეთესო შედეგების მქონე სერტიფიცირებული მასწავლებლის“ სტატუსის მქონე 6 დარგში: ქართული ენა-ლიტერატურა, მათემატიკა, დაწყებითი განათლება, სამოქალაქო განათლება, რუსული ენა და ინგლისური ენა.