სოფიზმის კრეატიული ელემენტები სწავლა - სწავლების სამსახურში (ნაწილი II)

<u>საგანი მათემატიკა</u>

<u>კლასი VII</u>

<u>გაკვეთილის თემა</u>: **„(??) თეორემა: მართკუთხა სამკუთხედში ჰიპოტენუზა ტოლია კათეტის“** მტკიცებაში დაშვებული შეცდომის პოვნა და მისი ანალიზი.

<u>გაკვეთილის ტიპი:</u> ცოდნის სისტემატიზაცია

<u>გაკვეთილის დრო:</u> 2 გაკვეთილი – 1სთ. 30წთ.

<u>მუშაობის ფორმა:</u> ინდივიდუალური, ჯგუფური

<u>გამოყენებული მეთოდები:</u> დისკუსია; პრეზენტაცია; გონებრივი იერიში.

<u>გაკვეთილის მიზანი:</u> თემების (ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული კუთხეების თვისებები; სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები; ტოლფერდა სამკუთხედების თვისებები; მართკუთხა სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები (ეს უკანასკნელი მასწავლებელმა მოსწავლეებს მიაწოდა, როგორც შედეგები სამკუთხედის ტოლობის ნიშნებისა); სამკუთხედის კუთხეების სიდიდეთა ჯამი; მონაკვეთების შუა მართობის თვისება; კუთხის ბისექტრისის თვისება). გამეორება და ცოდნის განმტკიცება; პრობლემის დასმისა და გადაწყვეტის უნარის ჩამოყალიბების მცდელობა; კომუნიკაბელობისა და დიალოგის უნარის განვითარება; მიღებული ცოდნის ახალ სიტუაციაში გამოყენების უნარის გამომუშავება. საკუთარი შეხედულებებისა და თვითშეფასების უნარის განვითარება. ყოველივე ამის მიღწევა **„(??) თეორემის“** მტკიცებაში დაშვებული შეცდომის პოვნა და ანალიზის ჩატარებით.

<u>წინა პირობა:</u> თემაზე სამუშაოდ მოსწავლემ უნდა იცოდეს გაკვეთილის მიზანში ხსენებული თემების ნიშან-თვისებები.

<u>რესურსები:</u> მოსწავლის წიგნი. (ა. საგინაშვილი, გ. ბარელაძე, თ. ბექაური მათემატიკა VII კლასი, თბილისი, დიოგენე 2006 წ.); მოსწავლის წიგნი (И. Шарыгин математика VII «дрофа» 1999 г.) ზ. აღდგომელაშვილი მათემატიკა (ინდივიდუალური და წრეობრივი მუშაობა) თბილისი „ცისნამი“ 2002წ. პლაკატები, ინდივიდუალური ბარათები, ფლომასტერები, ფარგალი, სახაზავი, ფანქარი.

<u>შეფასება:</u> ფასდება მიმდინარე დავალებები. შეფასება იქნება როგორც განმავითარებელი (კომენტარის სახით), ისე განმსაზღვრელი.

<u>გაკვეთილის გეგმა:</u>

ა) (??) თეორემის დამტკიცებაში გამოყენებული ფიგურების, მათემატიკური ტერმინებისა და თეორემების გადატანა ცხრილში (ინდივიდუალურად და ჯგუფურად);

ბ) ცხრილში მოცემულ მასალის სიღრმისეული გაგება (სახელმძღვანელოს გამოყენება. აზრთა შეჯერება ჯგუფებში);

გ) დისკუსია ცხრილის გარშემო;

დ) (??) თეორემის დამტკიცების დაყოფა საფეხურებად და დამტკიცების თითოეულ საფეხურზე დამტკიცების სისწორის გადამოწმება;

ე) ბრეიმსთორმინგი – სხვადასხვა თვალსაზრისის შემუშავება;

ვ) კონტრმაგალითის – თეორემის უარმყოფელი მაგალითის პოვნა;

ზ) შესწორებული სახით ამ თეორემის როგორც ამოცანის ჩამოყალიბება;

თ) თვითშეფასება;

ი) გაკვეთილის შეფასება;

კ) საშინაო დავალების მიცემა.

<u>გაკვეთილის მსვლელობა:</u>

წინა გაკვეთილზე დავალებად ჰქონდათ გაემეორებინათ: თემები: ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული კუთხეების თვისებები; სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები; ტოლფერდა სამკუთხედების თვისებები; მართკუთხა სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები (ეს უკანასკნელი მასწავლებელმა მოსწავლეებს მიაწოდა, როგორც შედეგები სამკუთხედის ტოლობის ნიშნებისა; სამკუთხედის კუთხეების სიდიდეთა ჯამი; მონაკვეთების შუა მართობის თვისება; კუთხის ბისექტრისის თვისება). 5 წუთის განმავლობაში კლასთან გვექნება საუბარი ამ საკითხებზე.

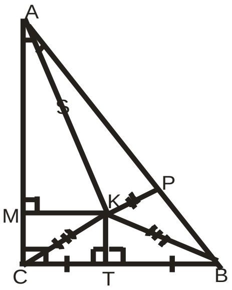
კლასს დავყოფ ჯგუფებად (ჯგუფებში მოსწავლეთა რაოდენობა დამოკიდებულია კლასის მოსწავლეთა რაოდენობაზე). ვაძლევ დავალებას „თითოეულმა ინდივიდუალურად წაიკითხეთ ჩემს მიერ მოწოდებულ ფურცლებზე **„(??) თეორემის“** დამტკიცების ტექსტი (ტექსტს მკითხველი იხილავს ცხრილის შემდეგ) და შეავსეთ ცხრილი თეორემის დამტკიცების გაგებას ამ ეტაპზე ნუ ეცდებით“. ცხრილი ასეთია:

(??) თეორემის დამტკიცების ტექსტში გვხვდება		
გეომეტრიული ფიგურები	**მათემათიკური ტერმინები**	**ადრე ნასწავლი თეორემები (თვისებები, ნიშნები)**

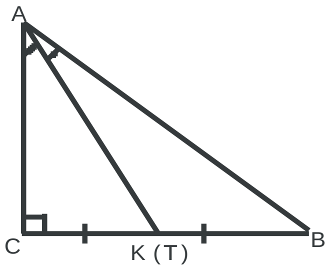
აქ მომყავს ტექსტი მტკიცებისა, რომელიც მივეცი თითოეულ მათგანს

„ (??) თეორემა: მართკუთხა სამკუთხედში ჰიპოტენუზა ტოლია კათეტის “.

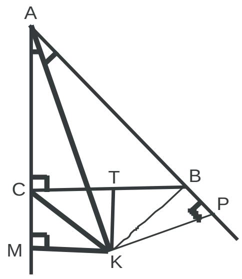
(??) „დამტკიცება“



ნახ.1



ნახ.2



ნახ.3

განვიხილოთ მართკუთხა ΔABC მართი C კუთხით. დავამტკიცოთ, რომ ჰიპოტენუზა AB ტოლია AC კათეტისა. გავავლოთ A კუთხის ბისექტრისა და BC გვერდის შუამართობი. მათი გადაკვეთის წერტილი ავღნიშნოთ K-თი

ა) თუ K წერტილი მდებარეობს ΔABC-ს შიგნით (იხ.ნახ.1), მაშინ დავუშვათ K წერტილიდან KM და KP პერპენდიკულარები AC და AB გვერდებზე. ბისექტრისის თვისებების თანახმად K წერტილი თანაბრად არის დაშორებული AC და AB გვერდებიდან. ანუ $|MK|=|PK|$, ე. ი. $\Delta AMK=\Delta APK$ (მართკუთხა სამკუთხედების ტოლობის III ნიშნით). მაშასადამე $|AM|=|AP|$. $[TK]$ შუამართობია $[CB]$-სი. ამიტომ $|CK|=|BK|$.

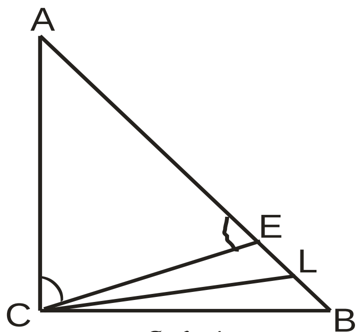
$\Delta CMK=\Delta BPK$ (მართკუთხა სამკუთხედების ტოლობის III ნიშნით ($|CK|=|BK|$, $|MK|=|PK|$). მაშასადამე $|CM|=|BP|$. საბოლოოდ გვაქვს:

$|AC|=|CM|+|AM|=|BP|+|AP|=|AB|$.

ბ) თუ K წერტილო მდებარეობს BC გვერდზე (იხ.ნახ.2), მაშინ ΔABC-ში $[AK]$ ბისექტრისა დაემთხვა მედიანს. ე.ი. $|AC|=|AB|$.

გ) (იხ.ნახ.3) ა)ვარიანტის ანალოგიურად მივიღებთ: $|CM|=|BP|$; $|AM|=|AP|$. საბოლოოდ გვექნება: $|AC|=|AM|-|CM|=|AP|-|BP|=|AB|$.

ახლა ვაჩვენოთ AC კათეტის სიგრძე ნაკლებია $|AB|$ ჰიპოტენუზის სიგრძეზე. როგორც ამბობენ მათემატიკოსები ავაგოთ უარმყოფელი მაგალითი.



ნახ.4

<u>აგება.</u> განვიხილოთ მართკუთხა ΔACB ($\angle ACB = 90^0$) (იხ.ნახ.4) თუ [AB]-ზე ავიღებთ რაიმე L წერტილს მაშინ ცხადია $\angle ALC > \angle ABC$ ვინაიდან $\angle ALC$ არის გარე კუთხე ΔCLB-სი) $\angle ABC < \angle ACB$. L წერტილის მოძრაობით B-დან A-სკენ ცხადია იქნება არსებობის ისეთი Eε[AB] რომ $\angle ACE = \angle AEC$, (მართლაც ასეთი E მიიღება A წერტილიდან |AC| რადიუსით შემოხაზული რკალის AB გვერდთან გადაკვეთისას), საიდანაც $|AC|=|AE| <|AE|+|EB|=|AB|$

ცხრილების შესავსებად ვაძლევ 5 წუთს.

ამის შემდეგ ჯგუფის წევრებს ვავალებ გაუზიარონ ერთმანეთს თავიანთი მოსაზრებები და ჯგუფის საერთო ნააზრევი გამოაკრან კედელზე ან დაფაზე (5 წთ).

თითოეული ჯგუფის წარმომადგენელი მოკლედ მიმოიხილავს თავისი ჯგუფის მუშაობის შედეგს. გაიმართება კამათი, რომელშიც მონაწილეობს მთელი კლასი. ჩემს მიერ დაფაზე გაკრულ ფორმატზე გადამაქვს კლასის ნააზრევი (შეიძლება ისეთიც, რომელმაც ჯგუფში ვერ ჰპოვა მოწონება).

სავარაუდოდ ცხრილი მიიღებს ასეთ სახეს:

(??) თეორემის დამტკიცების ტექსტში გვხვდება		
გეომეტრიული ფიგურები	**მათემატიკური ტერმინები**	**ადრე ნასწავლი თეორემები**
წერტილი წრფე სიბრტყე მონაკვეთი კუთხე სამკუთხედი ბისექტრისა შუამართობი პერპენდიკულარი	ტოლი კუთხეები მართი კუთხეები ტოლი სამკუთხედები მონაკვეთის სიგრძე სიგრძეთა ჯამი სიგრძეთა სხვაობა მართკუთხა სამკუთხედი	ტოლფერდა სამკუთხედების ნიშნები. მართკუთხა სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები. კუთხის ბისექტრისის თვისება. მონაკვეთის შუამართობის თვისება.

კვლავ ვუბრუნდები ინდივიდუალურ და ჯგუფურ მუშაობას. დავალება ასეთია: გაიხსენეთ ცხრილში მოცემული ფიგურების მათემატიკური ტერმინებისა და თეორემების შინაარსი (საჭიროების შემთხვევაში ისარგებლეთ სახელმძღვანელოთი). ამის შემდეგ ჯგუფები ერთმანეთს ეჯიბრებიან აღნიშნული საკითხების ცოდნაში, უსვამენ ერთმანეთს კითხვებს, კამათობენ, მსჯელობენ (დრო 15 წთ).

ვუბრუნდები ძირითად ამოცანას **„(??) თეორემა“.**

მოსწავლეებს ვავალებ გულდასმით წაიკითხონ ჩემს მიერ მათთვის დარიგებული ტექსტი **((??) თეორემა).** დამტკიცება დაყონ საფეხურებად. დამტკიცების თითოეულ საფეხურზე გადაამოწმონ მტკიცების სისწორე. ჯგუფებისა

და კლასის აზრთა შეჯერებით მოსალოდნელია ასეთი დაყოფა ა) და გ) შემთხვევებისათვის):

1) [CB] შუამართობისა და ∠A-ს ბისექტრისის გადაკვეთის (K) წერტილიდან [KM] და [KP] პერპენდიკულარების შესაბამისად AC და AB გვერდებზე დაშვება;

2) ΔAMK-სა და ΔAPK-ს ტოლობის დამტკიცება;

3) |CK|-სა და |BK|-ს ტოლობის დამტკიცება;

4) ΔCMK-სა და ΔBPK-ს ტოლობის დამტკიცება;

5) |CM|-სა და |BP|-ს ტოლობის დამტკიცება;

6) |AC|-სა და |AB|-ს ტოლობის დამტკიცება.

კვლავ მივმართავ ინდივიდუალურ და ჯგუფურ მუშაობას. გთხოვთ პასუხი გასცეთ კითხვებს:

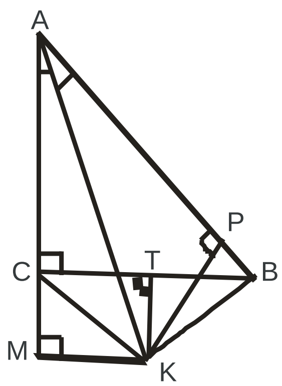
1) თქვენი აზრით რატომ არის საჭირო [CB] შუამართობისა და ∠A-ს ბისექტრისის გადაკვეთის (K) წერტილიდან [KM] და [KP] პერპენდიკულარების შესაბამისად AC და AB გვერდებზე დაშვება?

2) თქვენი აზრით რატომ არის საჭირო ΔAMK-სა და ΔAPK-ს ტოლობის დამტკიცება და არის თუ არა რაიმე არასწორი მის მტკიცებაში?

3) თქვენი აზრით რატომ არის საჭირო ΔCMK-სა და ΔBPK-ს ტოლობის დამტკიცება და არის თუ არა რაიმე არასწორი მის მტკიცებაში?

4) 2)-ისა და 3)-ის სისწორიდან გამომდინარე 1)-ის არასწორობა გვაფიქრებინებს განხილულია თუ არა ყველა ვარიანტი M და P წერტილის მდებარეობისა შესაბამისად AC და AB წრფეებზე?

გაიმართება კამათი (დრო 10 წუთი).



ნახ.5

ამის შემდეგ კლასი ადგენს, რომ გამორჩენილია მხედველობიდან ის ფაქტი, რომ ∠ABK შეიძლება იყოს მახვილი სინამდვილეში ის ყოველ მართკუთხა

სამკუთხედისათვის მოცემული პირობებით არის მახვილი. ეს ადვილი საჩვენებელია თუ ΔABC-ში TK-ს გავაგრძელებთ AB-ს გადაკვეთამდე F წერტილში.

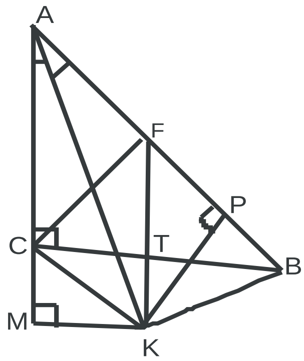
ΔACB-ში TK-ს გავაგრძელებთ AB-ს გადაკვეთამდე F წერტილში.

ΔCTF=ΔBTF (სამკუთხედების ტოლობის I ნიშნით) => (|CF|=|BF|, ∠FCB=∠B).

(∠ACF=90^0-∠FCB=90^0-B=∠A=∠CAF) => |AF| = |CE| . ე.ი. |AF|=|FB|

∠CAK=∠AKF (ორ პარალელურ წრფესა და მკვეთს შორის მდებარე შიგა ჯვარედინი კუთხეები) => |FK|=|AF| ე.ი. |FK|=|FB| => FAK< 90^0 . ამიტომ P წერტილი ძევს AB მონაკვეთზე.

ამის შემდეგ კლასს ვაძლევ დავალებას (ინდივიდუალურად და ჯგუფურად) შესწორებული სახით ჩამოაყალიბონ ამოცანის სახით **„??თეორემა“** (დრო 10 წუთი).



ნახ.6

ვთხოვ 10 ბალიანი სისტემით შეაფასონ: თავიაანთი წვლილი ჯგუფის მუშაობაში; თავისი ჯგუფისა და სხვა ჯგუფების მუშაობა (დრო 2 წთ).

ამის შემდეგ ვთხოვ მოსწავლეებს შეაფასონ გაკვეთილი (რა გაიგეს ახალი, რა მოეწონათ, რა არ მოეწონათ, რა კითხვები დარჩათ უპასუხოდ).

და ბოლოს ვაძლევ დავალებას ყოველივე ზემოთ ხსენებულის სახლში კიდევ ერთხელ გარჩევასა და გააზრებას.

ზურაბ აღდგომელაშვილი -- 1997-2007 წლებში ქ.თბილისის მასწავლებელთა დახელოვნებისა და მეთოდური უზრუნველყოფის ინსტიტუტის მათემატიკის სწავლებისა და მეთოდიკის ლაბორატორიის გამგე; 2007-2013 წლებში საქართველოს პედაგოგთა კვალიფიკაციის ამაღლებისა და გადამზადების ინსტიტუტის მათემატიკის მიმართულების ხელმძღვანელი, ასოცირებული პროფესორი.